

Ficha 2.

TEORÍA DE CHORROS Y PLUMAS HIPERDENSAS

V. 1.1

Este documento se ha obtenido como resultado del proyecto de I+D+i: **MEDVSA. "Desarrollo e implementación de una metodología para la reducción del impacto ambiental de los vertidos de salmuera procedentes de las plantas desaladoras" 045/RN08/03.3.**

La Guía Metodológica desarrollada en MEDVSA incluye los documentos:

- *GUÍA METODOLÓGICA*
- *Anexo 1. Fichas descriptivas de los modelos comerciales*
- *Anexo 2. Modelos de simulación brHne.*
- *Anexo 3. Formulación basada en los resultados experimentales*
- *Anexo 4. Caracterización de clima marino*
- *Anexo 5. Reglas básicas para la implementación de modelos CFDs en la simulación de campo cercano*
- *Anexo 6. Reglas básicas para la implementación de modelos hidrodinámicos en la simulación de campo lejano*
- *Anexo 7. Medidas preventivas y Programa de Vigilancia Ambiental*

El presente documento es parte del **Anexo 1: Fichas descriptivas de los modelos comerciales**

Autores:

INSTITUTO DE HIDRÁULICA AMBIENTAL (IH CANTABRIA)

CENTRO DE ESTUDIOS DE PUERTOS Y COSTAS (CEDEX)

FICHA GENERAL DE TEORÍA SOBRE EL COMPORTAMIENTO DEL VERTIDO DE SALMUERA

1. INTRODUCCIÓN. PRESENTACIÓN DE LA FICHA.

Se ha elaborado esta Ficha General de comportamiento del vertido de salmuera como complemento a las Fichas Descriptivas de los modelos comerciales.

El objetivo de esta ficha General es ofrecer una introducción al comportamiento del vertido de la salmuera en un medio acuoso; describir las ecuaciones de gobierno del fenómeno; los planteamientos posibles de resolución (y, con ello, los tipos de modelos); definir conceptos y definiciones de interés y proponer un glosario de términos.

2. VERTIDO AL MAR DE EFLUENTE DE FLOTABILIDAD NEGATIVA: CAMPO CERCANO Y CAMPO LEJANO.

El comportamiento de un efluente vertido al mar depende fundamentalmente de la cantidad de movimiento transmitida en la descarga y de la diferencia de densidad entre el efluente y el medio receptor. Los efluentes de flotabilidad negativa son aquellos con mayor densidad que el fluido del medio receptor donde se vierten. En el caso de la salmuera procedente de las plantas desalinizadoras, su exceso de salinidad le confiere una mayor densidad que el agua marina.

En el estudio del comportamiento de un vertido se distinguen dos regiones: el campo cercano y el campo lejano, donde las fuerzas que gobiernan el flujo, su comportamiento y las escalas espaciales y temporales son muy diferentes.

2.1. Región de campo cercano.

Región situada en el entorno del punto de vertido, también llamada zona de mezcla inicial. Las variaciones de los parámetros geométricos y de dilución del efluente responden a escalas espaciales y temporales pequeñas, del orden de metros y de minutos respectivamente.

El comportamiento del efluente depende fundamentalmente del sistema de vertido empleado y de las características físicas del efluente respecto al fluido receptor. El dispositivo de descarga se suele diseñar de modo que se maximice la mezcla y la dilución del efluente con el fluido receptor, que se deben fundamentalmente a las turbulencias asociadas a la diferencia de velocidad entre el efluente y el medio receptor. La dilución del efluente se produce por incorporación de fluido del medio receptor, proceso denominado en la bibliografía como "entrainment".

El comportamiento en campo cercano se considera, especialmente en el caso de vertido en chorro, independiente de las condiciones del medio receptor (batimetría, corrientes, etc.) y de cualquier proceso químico.

En una breve descripción del fenómeno físico que experimental el efluente vertido: la descarga dota al efluente hipersalino de un cierto impulso ① (**cantidad de movimiento**) que dirige su trayectoria y genera un flujo turbulento que facilitan el mezclado; simultáneamente a esta fuerza de impulso actúa la **fuerza de gravedad** (flotabilidad negativa) que, debido a su exceso de densidad del efluente hipersalino, tiende a hundirlo hacia el fondo.

A cierta distancia de la zona de descarga, la fuerza de flotabilidad (peso) iguala y supera en valor a la cantidad de movimiento, pasando a ser la fuerza dominante del comportamiento del efluente. Como consecuencia el efluente hipersalino comienza su trayectoria de descenso ② hasta alcanzar el fondo, experimentando una dilución adicional debido a fenómenos de turbulencia y expansión. La región situada entre la zona de impacto del efluente con el fondo y la región de campo lejano, se denomina generalmente **zona de transición**, ③ aunque en sentido estricto se trata del mismo campo cercano.

La figura 1 muestra el esquema de comportamiento en campo cercano y lejano en el caso de

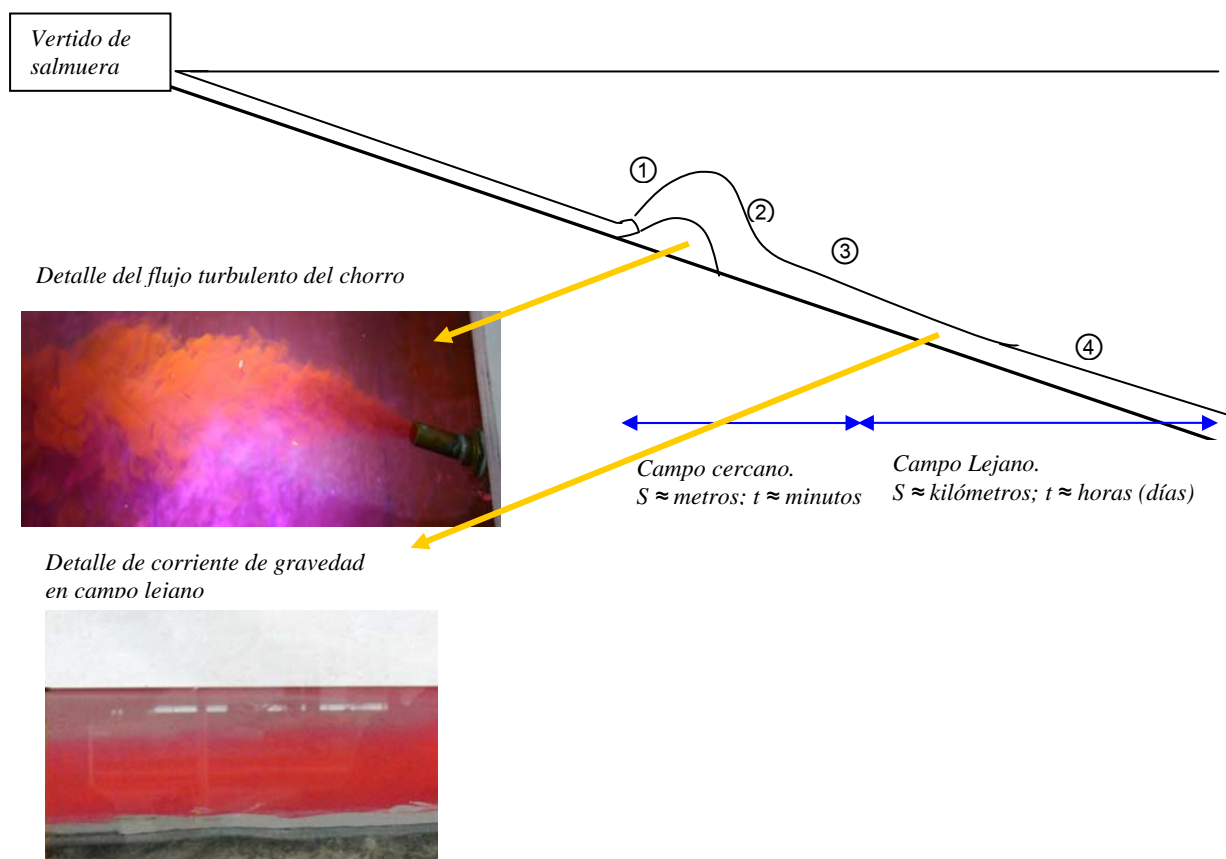


Figura 1. Esquema del comportamiento de un vertido al mar de salmuera, mediante chorro sumergido individual.

Caso de vertido mediante chorro

En el caso frecuente en nuestras plantas desaladoras, de **vertido de salmuera mediante chorro**, se distinguen las siguientes zonas en la región de campo cercano:

- Zona de dominio del impulso o cantidad de movimiento transmitida en la descarga. La salmuera se descarga a través de una boquilla con cierta velocidad e inclinación respecto al fondo, que determinarán la altura máxima alcanzada por el chorro y la dilución en su rama ascendente. El ancho del chorro va aumentando por efecto de la incorporación de agua del medio receptor ("entrainment"), haciendo variar su altura y velocidad.

La influencia de las condiciones en el medio receptor es insignificante, y la mezcla se produce por la turbulencia asociada al vertido como consecuencia de la diferencia de velocidad entre fluidos.

En esta zona se distinguen a su vez dos regiones:

o La **ZDPA: zona de desarrollo de los perfiles autosemejantes (ZOFE)**. ❶ Se localiza inmediatamente después de la boquilla de vertido, y supone un estado de transición en el perfil de las variables en la sección transversal, que pasa de ser uniforme (a la salida de la boquilla) a ser de tipo Gauss. La longitud de esta zona es de aproximadamente 5-6 veces el diámetro de la boquilla.

o La **ZPA: zona de perfiles autosemejantes (ZFE)**. ❷ Se sitúa a continuación de la ZDPA. El perfil de variables en la sección transversal ya adoptado una distribución de tipo Gauss; siendo admisible la hipótesis de autosemejanza entre secciones. -

Zona de deflexión o trayectoria descendente: ❸ el flujo de cantidad de movimiento va disminuyendo su valor, cobrando protagonismo el flujo de flotabilidad (peso). En el punto de máxima altura del chorro, ambas fuerzas son iguales, a partir de lo cual la gravedad prepondera y el chorro comienza su trayectoria descendente, donde también se produce un alto grado de dilución. En esta zona la distribución de las variables en la sección transversal se aproxima a una distribución tipo Gauss.

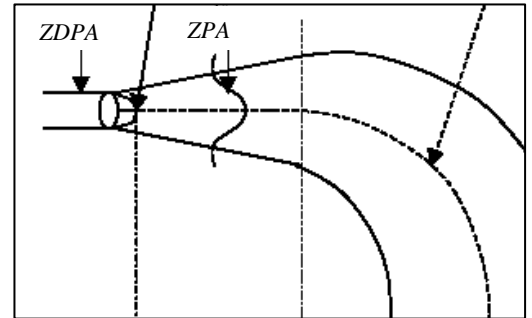


Figura 2
Subregiones del chorro.

- Zona de aproximación al fondo: ❹ cuando el chorro se aproxima al fondo, y su espesor es mucho mayor, la distribución de variables en la sección transversal va adoptando un perfil más uniforme.

- Zona de deflexión débil, por rebote contra el fondo: alcanzado el fondo, la pluma experimenta un cierto "rebote" que la impulsa en diferente dirección, según el ángulo de incidencia.

- Zona de fuerte deflexión del chorro: ❺ A cierta distancia del punto de impacto, se produce el colapso de la turbulencia y la estratificación del efluente, alcanzándose la denominada región de campo lejano.

En la Figura 3, que muestra una fotografía de un ensayo realizado en el Instituto de Hidráulica Ambiental (IH Cantabria), se observa el comportamiento anteriormente descrito de un vertido de salmuera mediante chorro individual.

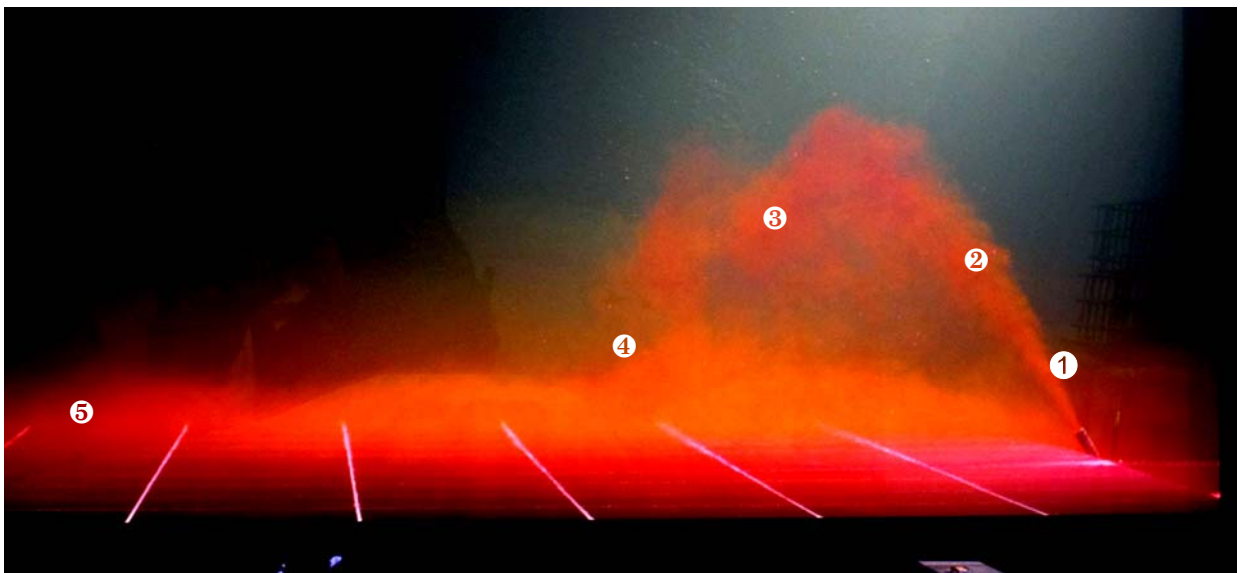


Figura 3. Ensayos de vertido mediante chorro individual. Se observan las distintas zonas del chorro

Caso de vertido mediante chorros múltiples en tramo difusor

En este caso el efluente de salmuera se descarga a través de varias boquillas situadas sobre un tramo difusor con configuración o diseño variable. Para un mismo caudal, el grado de dilución que se consigue con este dispositivo es superior al conseguido con chorro único, debido principalmente a las siguientes razones:

- Mayor superficie específica de contacto entre el efluente y el fluido del medio receptor, aumentando así el área de alimentación ("entrainment") del chorro con agua marina.
- El empleo de varios orificios de descarga permite dimensionar de un modo más flexible el diámetro de la boquilla, aumentando la velocidad de salida del chorro.

En este caso, los parámetros de diseño de mayor influencia en el grado de dilución del efluente son la velocidad de salida del chorro, el ángulo de inclinación y la separación entre boquillas, que suele dimensionarse suficiente para evitar la interacción entre chorros contiguos.

2.2 Región de campo lejano.

El campo lejano es la región más alejada del punto de vertido, donde se produce el colapso de la turbulencia asociada al impulso inicial y el comienzo de la estratificación ambiental. El efluente salmuera forma una capa hipersalina que se desplaza sobre el fondo como una corriente de gravedad (4). En esta zona la columna de agua queda estratificada en un flujo bicapa, donde se distingue una capa superior de fluido del medio receptor y una inferior, de pequeño espesor, de salmuera. Ambos se encuentran separados por una picnoclina que dificulta el mezclado. Los fenómenos se producen en escalas espaciales y temporales mucho más grandes, del orden de kilómetros y de horas respectivamente.

En esta región, el comportamiento de la pluma hipersalina de salmuera depende fundamentalmente de las condiciones en el medio receptor: batimetría, rugosidad del fondo, corrientes, oleaje y estratificación térmica, así como la diferencia de densidad de la pluma respecto al fluido del medio. No existe turbulencia autoinducida y a una distancia suficientemente grande de la descarga las concentraciones en la pluma son independientes de sistema de vertido.

La mezcla y dilución de salmuera en esta región es muy pequeña y se debe principalmente a fenómenos de difusión molecular, a la expansión lateral de la pluma por gravedad y a la difusión turbulenta asociada a movimientos advectivos del medio receptor (corrientes ambientales, oleaje, etc.) y de la propia pluma (pequeñas turbulencias asociadas al rozamiento con el fondo). El ratio de dilución toma un valor casi constante.

A continuación se resume brevemente el efecto de los parámetros ambientales sobre la pluma hipersalina en campo lejano:

Batimetría.

Afecta a la trayectoria de la pluma que, en general, se desplazará siguiendo los gradientes batimétricos, quedando además retenida en los canales que puedan existir en el fondo marino. Por otra parte, tanto la pendiente como la rugosidad del fondo influyen en la dilución de la pluma.

Corrientes ambientales.

Las corrientes existentes a la profundidad de la pluma afectan también a su trayectoria, por movimiento advectivo, y a su dilución. Los estudios experimentales indican que a mayor intensidad de corriente, mayor es la dilución.

Estratificación.

La existencia de estratificación en el medio receptor puede modificar la trayectoria de la pluma, quedando ésta retenida en un cierto estrato de la columna de agua.

Oleaje.

Si el vertido se realiza en aguas someras, la influencia del oleaje afectará a toda la columna de agua, incluyendo el fondo. En este caso, el movimiento aumentará la turbulencia favoreciendo la dilución de la pluma. Si el vertido se realiza a grandes profundidades, el efecto del oleaje es despreciable.

2.3. Imágenes del comportamiento del vertido de salmuera.

La figura 4 muestra un vertido sumergido mediante chorro individual, donde puede observarse la trayectoria de tipo parabólico del chorro antes de impactar con el fondo ① y la formación, posterior al impacto, de la capa de esparcimiento horizontal por flotabilidad residual ("spreading layer") ②, con expansión radial del flujo y homogeneización de las concentraciones; la capa de mezcla, con expansión lateral debido a la gravedad, y finalmente, una vez que se ha producido el colapso de la turbulencia asociada al impulso inicial, se observa la formación de la corriente de gravedad ③ propia del campo lejano, donde los procesos de mezcla son pasivos, y se debe a la dinámica del medio receptor.



Figura 4. Comportamiento del efluente hiperdenso en caso de vertido mediante chorro individual: campo cercano y lejano. Ensayos realizados en el IH Cantabria

La figura 5 muestra un vertido mediante chorros múltiples sumergidos en un tramo difusor.

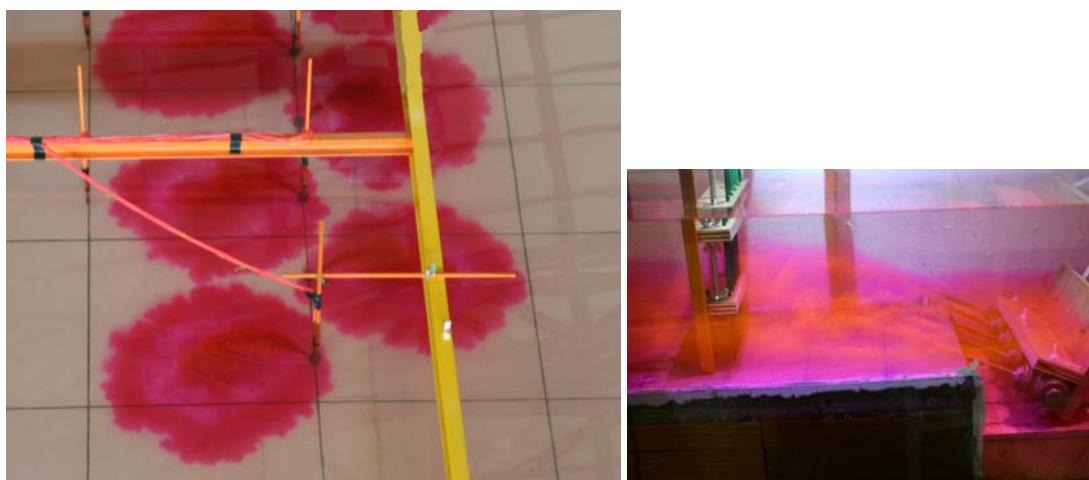


Figura 5. Vertido mediante chorros múltiples. Izquierda: vista en planta; derecha: vista lateral. Ensayos del CEDEX.

La figura 6 muestra el comportamiento del efluente salmuera en la región de campo lejano, donde se forma una pluma hipersalina que se desplaza como una corriente de gravedad. Se observa el detalle del flujo bicapa entre la salmuera y el fluido del medio receptor.

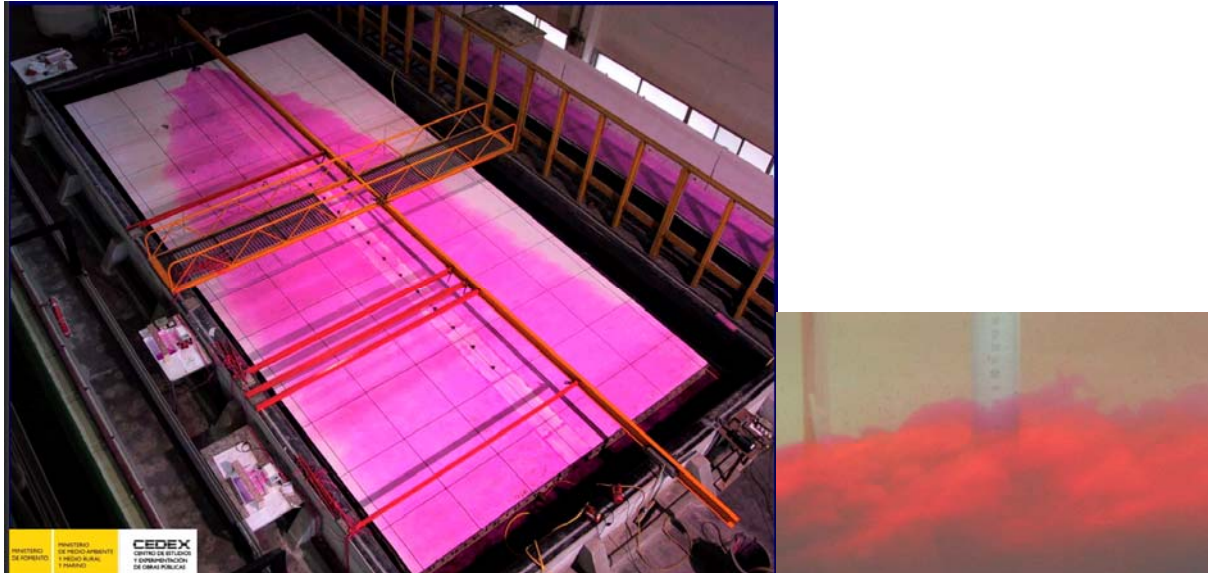


Figura 6. Pluma hipersalina en la región de Campo Lejano. Detalle de picnoclina. Ensayos del CEDEX.

La figura 7 muestra el comportamiento de un vertido directo superficial de salmuera a través de una rambla.



Figura 7. Vertido directo superficial a través de rambla. Ensayos del CEDEX.

3. ECUACIONES GENERALES DE GOBIERNO DEL FENÓMENO.

Para modelar el vertido al mar del efluente salmuera se utilizan las ecuaciones propias de la hidrodinámica de fluidos: e. de continuidad (o conservación de la masa de efluente) y ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, a las que se añade la Ecuación de Transporte (o conservación de la masa de contaminante. La ecuación de estado relaciona temperatura, salinidad y densidad en un fluido incompresible.

Las ecuaciones pueden plantearse en forma euleriana o lagrangiana. En el primer caso, el espacio se representa mediante una malla de puntos fijos definidos por sus coordenadas espaciales, sobre los cuales se resuelven las ecuaciones diferenciales. Se establecen condiciones de contorno e iniciales y se resuelven numéricamente las ecuaciones. En el segundo caso, el efluente se identifica con un conjunto de partículas que son vertidas al medio receptor.

A continuación se indican las hipótesis simplificativas normalmente asumidas en este tipo de flujos y las ecuaciones diferenciales en su planteamiento euleriano.

3.1 Principales hipótesis simplificativas.

1.) Se considera el fluido incompresible (la densidad no varía por efecto de la presión sobre el flujo).

2.) Se asume la Descomposición de Reynolds: $f(t) = \bar{f}(t) + f'(t)$, expresando el valor instantáneo de una magnitud como suma de una componente promediada en el tiempo y otra instantánea, aleatoria, turbulenta.

La componente promedio: " \bar{f} " expresa el valor de la magnitud media en cada punto, de modo que en la hipótesis de régimen estacionario, será una componente independiente del tiempo.

La componente turbulenta: " $f'(t)$ " expresa las variaciones instantáneas y aleatorias de la magnitud. A nuestros efectos, esta componente aleatoria del movimiento es la que influye más significativamente en la mezcla entre fluidos y, por tanto, en la dilución de la salmuera.

3) Hipótesis de Boussinesq de densidad constante: Partiendo de que el Número de Mach del flujo es pequeño y de que la escala vertical del fenómeno no es muy grande, se puede considerar que la densidad es constante en todos los términos de la ecuación a excepción de en el término de gravedad.

4) La resolución de la componente aleatoria exige asumir nuevas hipótesis para definir el modelo de cierre, que permita expresar la componente turbulenta en función de la componente promediada. Uno de los modelos de cierre tradicionalmente empleados en este tipo de flujos es la Teoría de la viscosidad turbulenta

de Boussinesq $\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \mu_{ei} \frac{d\bar{U}_i}{dx_j}$, que expresa los términos turbulentos en función del valor medio de la

magnitud, con coeficiente de proporcionalidad experimental (μ_{ei} , que se conoce como viscosidad de remolino). En los últimos años se ha hecho un esfuerzo por aplicar modelos de cierre más sofisticados, como es el caso del modelo k-ε, que tiene en cuenta la disipación progresiva de la energía turbulenta

3.2 Ecuaciones de Gobierno.

Se definen a continuación las variables que aparecen en las ecuaciones expuestas en los párrafos siguientes:

p : presión en el fluido en la posición (x,y,z) de interés.

(u, v, w) : componentes de la velocidad; \bar{u}_i : componentes promediados en el tiempo.

ρ : densidad del efluente en la posición de interés.

ν : viscosidad dinámica del fluido; q : caudal del efluente.

μ_{ei} : viscosidad de remolino

ε_i : coeficiente de difusión turbulenta (no isotrópico, expresa el grado de difusión de la concentración)

c : concentración de contaminante; es este caso: concentración salina.

$U_o; V_o; Q_o; \rho_o$: velocidad, volumen, caudal y densidad, iniciales (en el vertido) del efluente.

$U_A; V_A; Q_A; \rho_A$: velocidad, volumen, caudal y densidad del fluido en el medio receptor.

D : diámetro de la boquilla de salida o ancho de vertido

$g_o' = g \frac{\rho_o - \rho_A}{\rho_{ref}}$: término de gravedad reducida.

Las variables "x" promediadas en el tiempo se expresan a través del guión superior: \bar{x}

■ Ecuación de continuidad (conservación de masa).

La masa total de un fluido contenido en un volumen de control del medio continuo se mantiene de modo que el flujo o caudal neto que atraviesa las paredes de dicho volumen se compensa con variaciones en la densidad de dicho fluido. Relaciona la velocidad y densidad del fluido.

- Ecuación diferencial euleriana:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0;$$

Descomponiendo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

*Fluido incompresible.
Hipótesis de Boussinesq.
Descomposición de Reynolds.*



$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = 0$$

■ Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento.

Deriva de la aplicación del principio de la Dinámica de Newton. La fuerza total que actúa sobre un cuerpo es igual a la rapidez de cambio de cantidad de movimiento, en un fluido incompresible y pichoestable: $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. La fuerza total es la suma de las fuerzas de superficie (tensiones viscosas), que actúan por contacto directo, y de las fuerzas de volumen (inerciales), que actúan sin contacto: $\vec{F}_T = \vec{F}_S + \vec{F}_V = \int_S n d\vec{S} + \int_V \rho \vec{f} dV$; siendo Σ : tensor de tensiones ($\Sigma \leftrightarrow \sigma_{ij}$)

• Ecuación diferencial euleriana: $\rho \vec{f} + \vec{\nabla} \Sigma = \rho \frac{D\vec{u}}{Dt}$

Sustituyendo, en la expresión diferencial, la relación constitutiva en fuerzas de superficie, para un fluido incompresible, se llega a la expresión:

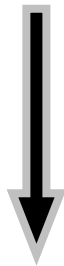
ECUACIONES NAVIER STOKES

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho f_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \Delta^2 u_i$$

siendo:

- $\rho \frac{Du_i}{Dt}$: término de aceleración local y convectiva.
- $\frac{\partial p}{\partial x_i}$ fuerza por gradiente de presiones en el fluido
- $\mu \nabla^2 u_i$: fuerzas de superficie que actúan sobre el cuerpo
- ρf_i : fuerzas de volumen o gravedad

-Hipótesis de Boussinesq de densidad constante.
- Descomposición de Reynolds



$$\frac{D\bar{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g \delta_{i3} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \right] \text{ siendo } \delta_{i3} = 0 \text{ para } i=1,2 \text{ y } \delta_{i3} = 1 \text{ para } 3$$

Para evitar la resolución de los términos instantáneos de velocidad, se aplica la hipótesis de Boussinesq del principio de viscosidad, que expresa estos términos instantáneos en función de la velocidad media. Sustituyendo en la ecuación esta hipótesis y despreciando términos de menor orden de magnitud, resulta:

$$\frac{D\vec{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_o} \vec{\nabla} p - g \delta_{i3} + \mu_{ei} \nabla^2 \vec{u}_i$$

Descomponiendo la ecuación en cada uno de los ejes (x,y,z), se llega a la expresión explícita:

Eje X: $\rightarrow \rho_o \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{ex} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right)$

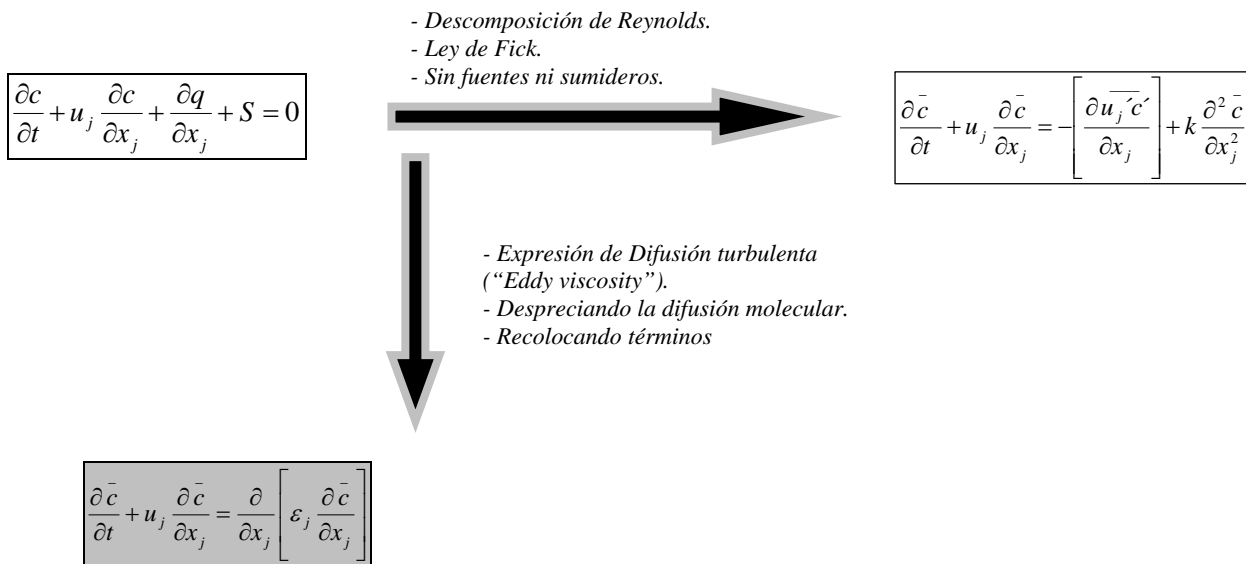
Eje Y $\rightarrow \rho_o \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{ey} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right)$

Eje Z $\rightarrow \rho_o \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{ez} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) - g\rho$

■ Ecuación de Transporte, conservación de la masa de trazador.

Establece que para un determinado volumen de control, las variaciones de concentración (salina) se deben al transporte advectivo de fluido que contiene a la sustancia, al flujo de masa de soluto por difusión y a la destrucción o incorporación de sustancia en el fluido.

- Ecuación diferencial euleriana:



Descomponiendo la ecuación en cada uno de los ejes (x,y,z), se llega a la expresión explícita:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right)$$

Siendo:

$\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j}$: Términos local y convectivo: transporte del contaminante (concentración salina) por

movimiento del fluido. Se refiere al desplazamiento del efluente por traslación, debido al impulso en la descarga, al efecto de la gravedad, a la presencia de corriente en el medio receptor, etc. En la ecuación de transporte

$\frac{\partial q}{\partial x_j}$: Término de difusión molecular: transporte del contaminante como consecuencia del gradiente

espacial de salinidad entre fluidos. Tiene su causa en el hecho de que el contacto entre dos fluidos con distinta concentración (salina) genera un **desequilibrio químico** que lleva a un flujo isotrópico de moléculas de sal desde el efluente salmuera (más concentrado) hacia el agua de mar, al mismo tiempo que se produce un flujo de moléculas de agua desde el agua del mar hacia el efluente. Este fenómeno, denominado difusión molecular, conlleva a una dilución lenta y pequeña de la salmuera. Generalmente se asume la **Ley de Fick**: $q = -K \frac{\partial c}{\partial x_j}$, que considera el flujo proporcional a la variación de concentración de

sustancia, siendo "K" el coeficiente de difusión molecular. Aplicando la ley de Fick al término de variación del flujo de masa: $\frac{\partial q}{\partial x_j} = k \frac{\partial^2 c}{\partial x_j^2}$

$-\overline{u'_j c'} = \varepsilon_j \frac{\partial c}{\partial x_j}$: término de difusión turbulenta. Las condiciones en el medio marino llevan, en la

mayor parte de los casos, a números de Reynolds suficientemente grandes para considerar flujo en régimen turbulento. El **movimiento turbulento** se caracteriza por la formación de vórtices aleatorios en todas direcciones, que favorecen el mezclado entre los fluidos. Estos vórtices aumentan proporcionalmente a la velocidad del flujo, de modo que se verá favorecido por velocidades altas de descarga del efluente, por la presencia de corrientes ambientales, etc., **favoreciendo con ello la dilución** del efluente salmuera. El término " **ε_j** " = **coeficiente de difusión turbulenta** ("Eddy viscosity") no es isotrópico y su valor depende de las condiciones del flujo (grado de turbulencia) y, por tanto, de la velocidad y gradiente de velocidades. No es conocido a priori y suele calcularse por calibración del modelo. Aunque la teoría de la viscosidad turbulenta ha sido tradicionalmente como hipótesis en la caracterización de la difusión turbulenta, actualmente se tiende al uso de modelos más complejos.

■ Ecuación de estado:

Para un fluido incompresible, es la ecuación que relaciona temperatura, salinidad y densidad. Se utiliza normalmente la ecuación empírica de la UNESCO, donde la salinidad se expresa en "psu" (unidades prácticas de salinidad) y se calcula a partir de la conductividad del fluido.

• Fórmula empírica de la UNESCO (1981):

Para la resolución de esta ecuación y cálculo de la densidad, se ha aceptado la siguiente fórmula empírica:

$$\rho(T, S) = 999.842594 + 6.793952 \cdot 10^{-2} T - 9.09529 \cdot 10^{-3} T^2 + 1.001685 \cdot 10^{-4} T^3 - 1.120083 \cdot 10^{-6} T^4 + 6.536332 \cdot 10^{-9} T^5 + (0.824493 - 4.0899 \cdot 10^{-3} T + 7.6438 \cdot 10^{-5} T^2 - 8.2467 \cdot 10^{-7} T^3 + 5.3875 \cdot 10^{-9} T^4) S + (-5.72466 \cdot 10^{-3} + 1.0227 \cdot 10^{-4} T - 1.6546 \cdot 10^{-6} T^2) S^{1.5} + 4.8314 \cdot 10^{-4} S^2$$

4. PLANTEAMIENTOS EN LA RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES Y PRINCIPALES HIPÓTESIS SIMPLIFICATIVAS.

Según las hipótesis simplificativas asumidas en el planteamiento de las anteriores ecuaciones, se distinguen tres tipos de modelos físico-matemáticos, con distinto grado de complejidad y ámbito de aplicación, para caracterización del comportamiento del flujo: modelos basados en análisis dimensional, modelos de ecuaciones integradas en la sección transversal y modelos hidrodinámicos completos o modelos de calidad de las aguas.

4.1 Modelos basados en el Análisis Dimensional del fenómeno.

Los modelos de escalas de longitud derivadas del análisis dimensional del fenómeno son los modelos más sencillos y los que asumen un mayor número de hipótesis simplificativas.

En el análisis dimensional del fenómeno se consideran inicialmente todas las variables que influyen en el fenómeno, fijando el valor de las menos influyentes, que se considerarán parámetros fijos, y el resto se combina formando los denominados "flujos", que representan las principales fuerzas que determinan el comportamiento del efluente. En el caso del vertido se tiene el flujo de caudal (que depende del caudal vertido), el flujo de cantidad de movimiento (que dependen del impulso inicial transmitido en la descarga); el flujo de flotabilidad (que depende de la diferencia de densidad entre fluidos). Los flujos serán las consideradas variables independientes en las ecuaciones y su protagonismo en el comportamiento del efluente irá variando a lo largo de la trayectoria y evolución del mismo.

- Flujo de caudal: $Q_o = \frac{\pi}{4} D^2 U_o$, de dimensión: $[L^3 / T]$. Representa el caudal de efluente vertido al medio receptor.

- Flujo de cantidad de movimiento: $M_o = U_o Q_o$, de dimensión: $[L^4 / T^2]$. Representa la energía transmitida durante la descarga del efluente.

- Flujo de flotabilidad: $J_o = g_o' Q_o$, de dimensión: $[L^4 / T^3]$. Representa el efecto de la gravedad sobre el efluente vertido.

Los flujos en el análisis dimensional, se combinan a su vez entre sí y con otros parámetros que puedan ser influyentes en el comportamiento del efluente (corrientes en el medio receptor, calado, inclinación del chorro, etc.) para generar magnitudes, que frecuentemente son parámetros adimensionales. En el caso de caracterización de vertidos, dado que la mayor parte de las variables de interés son de tipo geométrico (altura máxima, alcance, etc.), los flujos se combinan generando variables con **escalas de longitud**, denominadas "escalas de longitud". Las escalas varían para tener en cuenta el dispositivo de vertido, la presencia de corrientes o estratificación en el medio receptor, etc. Algunas de las escalas de longitud características en el caso de vertidos mediante chorro son:

$L_M = L_{M,B}$: Escala cantidad de movimiento-flotabilidad. Es la escala de longitud representativa de la distancia a partir de la cual el comportamiento del flujo pasa de estar dominado por la cantidad de movimiento transmitida en la descarga a estar dominado por la flotabilidad. $L_m = \frac{M_o^{3/4}}{J_o^{1/2}}$ Para distancias

desde el punto de vertido mucho mayores que L_M , el comportamiento del efluente depende fundamentalmente de la flotabilidad, siendo despreciable a efectos de cálculo el efecto del impulso inicial.

L_m : Escala cantidad de movimiento-corriente del medio receptor. Escala de longitud que representa la distancia a partir de la cual el chorro pasa de estar dominado por la cantidad de movimiento transmitida en la descarga a estar dominado por la corriente en el medio receptor. $L_m = \frac{M_o^{1/2}}{U_A}$. Para distancias desde

el punto de vertido mucho mayores que L_m , el flujo depende de la corriente ambiental y el efecto de la cantidad de movimiento es despreciable.

Como se puede observar en las formulaciones anteriores, el valor de las distintas escalas dependerá del protagonismo de las fuerzas actuantes (expresadas a través de los flujos) sobre el comportamiento del efluente. Este valor irá variando en las distintas zonas de la trayectoria del flujo. Así, por ejemplo, en el caso de vertido en chorro, en la rama ascendente el flujo de cantidad de movimiento es la fuerza dominante, protagonismo que se cede al flujo de flotabilidad en la rama descendente del chorro.

De este modo, el dominio espacial se representa en regiones en las que el comportamiento del efluente está gobernado por unas u otras fuerzas (impulso de chorro, corriente ambiental, flotabilidad, etc.), presentando, las escalas de longitud, un rango de valores característico en cada región. Esto se traduce en que las escalas de longitud tienden asintóticamente a un valor en cada una de las regiones de "comportamiento" en que se divide el flujo. Las variables incógnitas, de interés en el problema, podrán expresarse en función de estas variables de longitud, obteniéndose el coeficiente de proporcionalidad a partir de ensayos experimentales.

Estos coeficientes, además del fenómeno físico, dependerán también del valor de las magnitudes consideradas "fijas" en la hipótesis inicial, y que no se han tenido en cuenta en el análisis dimensional. Para tener en cuenta este hecho, se realizan ensayos variando estos parámetros fijos, cubriendo un amplio abanico de casos característicos, obteniendo los coeficientes experimentales aplicables a cada caso. Así, por ejemplo, el valor de las escalas de longitud en cada región del chorro de vertido será distinto según el ángulo de inclinación en la descarga.

Para caracterizar el comportamiento del vertido, se busca la relación asintótica del caso de análisis dimensional que más se asimila al caso de estudio. Por tanto, dado que no se resuelven las ecuaciones exactas del fenómeno, es necesario que contar con un amplio abanico de casos caracterizados experimentalmente.

Para el caso frecuente de **vertidos en chorro**, las expresiones asintóticas pueden transformarse en expresiones asintóticas más sencillas, con el N° de Froude densimétrico ($F_d = \frac{U}{\sqrt{g' D}}$) como única variable

independiente de la ecuación. Para tener en cuenta el efecto de las variables secundarias se pueden añadir términos de perturbación a la ecuación. Con el fin de tener una representación continua del comportamiento del flujo subdividido previamente en regiones, se solapan los resultados obtenidos en las distintas secuencias.

Algunos ejemplos de formulaciones de tipo longitud-escala para el modelado de vertidos en chorro de flujos de flotabilidad negativa, lo tenemos en las fórmulas de Zeitoun, 1970 (2), Roberts et al, 1997 (3), Otranto, 2004 (4), Cipollina, 2005 (5), etc., y también en los subsistemas CORMIX1, 2 y 3 del software CORMIX (6).

4.2. Modelos basados en la integración de las ecuaciones diferenciales.

En este tipo de modelos las ecuaciones de gobierno del flujo (chorro o pluma) se integran a lo largo de la sección transversal del mismo, lo que supone pasar de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, simplificando muy significativamente la resolución numérica del sistema, de la que se obtendrá la evolución de las variables a lo largo del eje del flujo.

Para integrar las ecuaciones es necesario asumir la hipótesis de medio receptor ilimitado, de modo que el flujo no interacciona con los contornos y se encuentra rodeado completamente de fluido receptor. Bajo esta hipótesis se asume que las secciones del flujo son autosemejantes, determinándose experimentalmente el tipo de distribución de las variables en la sección transversal (tipo Gauss, uniforme, etc.).

La difusión del chorro o pluma o crecimiento, como consecuencia de la incorporación ("entrainment") de fluido desde el medio receptor se controla y calcula en estos modelos a través de coeficientes obtenidos experimentalmente.

Entre las principales ventajas de estos modelos encontramos la sencillez de resolución de las ecuaciones diferenciales, la sencillez también de calibración mediante coeficientes experimentales y la necesidad de pocos datos de entrada. Entre sus principales desventajas: la imposibilidad de modelar interacción del chorro con los contornos, que, en el caso de efluentes de flotabilidad negativa, implica limita el modelado a la zona de campo cercano, previamente al impacto del flujo con los contornos. Tampoco es posible simular, con los modelos de ecuaciones integradas, fenómenos de contracorriente o re-intrusión en la zona de vertido, ni de dispersión fuera del entorno del chorro. Como ejemplos de este tipo de modelos, tenemos el módulo CORJET del software CORMIX (7), el modelo UM3 y DKHW de Visual Plumes (8) y el modelo JetLag de VISJET (9), entre otros.

4.3. Modelos hidrodinámicos.

Son los modelos generales de calidad de las aguas, que resuelven la hidrodinámica completa del flujo, considerando las condiciones de contornos y los agentes forzadores del movimiento, y resuelven el fenómeno de transporte y difusión del efluente. En la mayoría de los casos estos modelos están desacoplados, de modo que se resuelve inicialmente la hidrodinámica y a continuación el transporte y dilución del efluente vertido.

En este caso, el sistema de ecuaciones diferenciales se resuelve sin integración previa, aplicando métodos numéricos distintos según el tipo de elementos en que se discretiza el espacio: métodos de elementos finitos, de volúmenes finitos, etc., y se obtiene el valor de las variables en cada uno de estos elementos y su evolución a lo largo del tiempo. El fenómeno puede plantearse bidimensional o tridimensionalmente.

Entre sus ventajas encontramos: un mayor rigor en el modelado, dado que se asumen menos hipótesis simplificadoras simulando más fielmente el comportamiento del flujo considerando las condiciones en el medio receptor; la posibilidad de simulación continua del campo y cercano; de simulación de varias fuentes y sus efectos sinérgicos. Entre sus desventajas, encontramos: la necesidad de una gran cantidad de datos de entrada; la dificultad de calibración del modelo; el tiempo computacional para la resolución de las ecuaciones; la compleja discretización vertical de la columna de agua; los errores numéricos asociados a la resolución de estas ecuaciones en zonas con fuertes gradientes de magnitud, que pueden llevar al sobredimensionamiento del ancho de chorro o pluma y el alto coste computacional que supondría.

Modelos de este tipo son los software COHERENS (10), MIKE3 (11), POM (12) y DELFT3D (13).

5. DEFINICIONES.

A continuación se definen algunos conceptos de interés en el comportamiento de vertidos:

▫ **Flujo:** Caudal de masa que atraviesa perpendicularmente un área "A" centrada en el punto de interés (x,y,z). Cambio continuo de la configuración de un medio.

▫ **Concentración ("C"):** Relación entre la cantidad de sustancia (sal) y el volumen que la contiene, para un instante y un volumen centrado en un punto (x,y,z). $C_{(x,t)} = \frac{\Delta M}{\Delta V}$.

▫ **Chorro:** flujo donde el movimiento está determinado principalmente por las fuerzas advectivas, de inercia.

▫ **Pluma:** flujo donde el movimiento está determinado principalmente por las fuerzas de flotabilidad.

▫ **Salinidad ("C_s"):** concentración salina. En el caso de la salmuera, depende de la tasa de conversión del proceso de desalinización: R, de modo que si denominamos: C_A: salinidad del medio receptor, C_p: salinidad del agua producto y C_o: salinidad de la salmuera, ésta resulta: $C_o = \frac{100C_A - RC_p}{100 - R}$. Dado que el

producto tiene salinidad cero, se tiene: $C_o = \frac{100C_A}{100 - R}$

▫ Incorporación de agua del medio receptor hacia el efluente, alimentación ("entrainment": "E"): supone el incremento del caudal de efluente hipersalino por mezcla y dilución con el fluido del medio receptor. Generalmente se admite que la velocidad de incorporación es directamente proporcional a la velocidad de movimiento del flujo

▫ Dilución del fluido hipersalino: mezcla del efluente con el fluido del medio receptor debido a la incorporación desde el medio receptor al efluente ("entrainment"). La dilución del efluente en un punto determinado se expresa como cociente entre la diferencia de concentración salina entre el efluente y medio receptor en el vertido y la diferencia en el punto de interés. Asumiendo que la densidad es proporcional a la concentración salina, se puede expresar, también, como cociente entre densidades:

$$S = \frac{V_o + V_A}{V_o} = 1 + \frac{V_A}{V_o} = \frac{C_o - C_A}{C_p - C_A} = \frac{\Delta C_o}{\Delta C} = \frac{g'_o}{g'} = \frac{\rho_o - \rho_A}{\rho - \rho_A}$$

▫ Gravedad reducida ("g'"): Valor de la gravedad teniendo en cuenta que el efluente salmuera (hiperdenso) se encuentra inmerso en otro fluido, por lo que experimentará un empuje vertical y hacia arriba. La gravedad reducida permite expresar en un único término la composición de las fuerzas de peso y de empuje: $g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_{ref}}$. En la salida del efluente: $g'_o = g \frac{\rho_o - \rho_A}{\rho_A}$, siendo ρ_o, ρ_A , las densidades del efluente y del medio receptor respectivamente.

▫ Nº de Froude densimétrico ("F_d"): Parámetro adimensional que relaciona las fuerzas de inercia y de gravedad que actúan sobre un volumen de control del fluido. Es un parámetro fundamental en la caracterización del comportamiento de chorros: $F_d = \frac{U}{\sqrt{g'_o D}}$ y de plumas: $F_d = \frac{U}{\sqrt{g'_o h}}$; siendo "U" la velocidad media del chorro, "D" el diámetro del chorro y "h" el espesor de la pluma.

▫ Nº de Richardson: ("R_i"): Parámetro adimensional que relaciona las fuerzas de flotabilidad y de inercia. Es igual a la inversa del cuadrado del número de Froude densimétrico. Para chorro: $R_i = \frac{1}{F^2} = g \frac{\Delta\rho}{\rho_A} \frac{D}{U^2} = g' \frac{D}{U^2}$, mientras que para pluma: $R_i = \frac{1}{F^2} = g \frac{\Delta\rho}{\rho_A} \frac{h}{U^2} = g' \frac{h}{U^2}$. Mide la eficiencia del mezclado y dilución del fluido hipersalino por incorporación de agua ligera la capa densa.

▫ Nº de Reynolds: ("R_e"). Parámetro adimensional que relaciona fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan sobre un volumen de control de fluido $R_e = \frac{Ul}{\nu}$: siendo "U" la velocidad del fluido, "ν" la viscosidad cinemática, y "l" una longitud característica. Para este tipo de flujos, si $R_e > 2000$ se considera régimen turbulento, lo que permite despreciar el efecto de la viscosidad, Jirka 2004 (1).

6. GLOSARIO DE TÉRMINOS.

Con el fin de establecer una nomenclatura para cada uno de los parámetros de interés en la caracterización de un vertido de salmuera, se ha elaborado el siguiente glosario de términos, con los nombres que se utilizarán para los parámetros en todas las Fichas Descriptivas de los Modelos Comerciales.

Al lado de cada variable se ha indicado el símbolo que la representa y que aparece en las ecuaciones de los modelos. Para algunas variables, al ser diferente en cada modelo comercial, no se ha indicado el símbolo, que se definirá en cada una de las fichas individualmente.

CONDICIONES AMBIENTALES Y PARÁMETROS DE DESCARGA:

A). CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO RECEPTOR

- Profundidad media de la columna de agua en la zona de vertido: H_A .
- Velocidad de la corriente en el medio receptor: U_A
- Densidad del medio receptor: ρ_A
- Temperatura del medio receptor: T_A
- Salinidad del medio receptor: C_A
- Pendiente del fondo: m

B). CARACTERÍSTICAS DEL EFLUENTE

- Caudal de vertido: Q_o
- Densidad del efluente: ρ_o
- Temperatura del efluente: T_o
- Concentración salina del efluente: C_o .

C). CARACTERÍSTICAS DEL DISPOSITIVO DE VERTIDO

C.1.- Vertido sumergido mediante chorro.

- Longitud del emisario submarino.
- Longitud del tramo difusor: L_d
- Número de elevadores.
- Número de boquillas: N .
- Diámetro de la boquilla: D .
- Velocidad de salida del chorro: U_o
- Separación entre boquillas: s
- Altura de la boquilla con respecto al fondo: h_o .
- Angulo de inclinación del chorro: se refiere al ángulo del chorro con respecto al fondo en la descarga.
- Angulo horizontal entre el chorro y la corriente ambiental.
- Angulo horizontal de los chorros respecto al tramo difusor.
- Angulo horizontal del tramo difusor con la corriente ambiental.
- Punto de/ máxima altura del eje del chorro.
- Punto de /máxima altura del borde del chorro.
- Máximo alcance del chorro/ punto de impacto con el fondo.

- CONFIGURACIÓN DEL DISPOSITIVO DE VERTIDO:

- Tramo difusor con chorros unilaterales: tramo difusor con elevadores de una boquilla, situadas al mismo lado y todos los chorros descargando en la misma dirección.
- Tramo difusor con chorros bilaterales: tramo difusor con elevadores de dos boquillas, situadas a distintos lados del difusor (alternas) y los chorros descargando hacia direcciones opuestas.
- Tramo difusor con chorros en abanico: tramo difusor con boquillas descargando hacia un lado y el otro, formando un cierto ángulo los chorros entre sí.
- Tramo difusor con chorros en roseta: dispositivo de vertido en que los chorros se agrupan en una roseta circular.

La Figura 8 muestra un esquema de los distintos dispositivos de vertido:

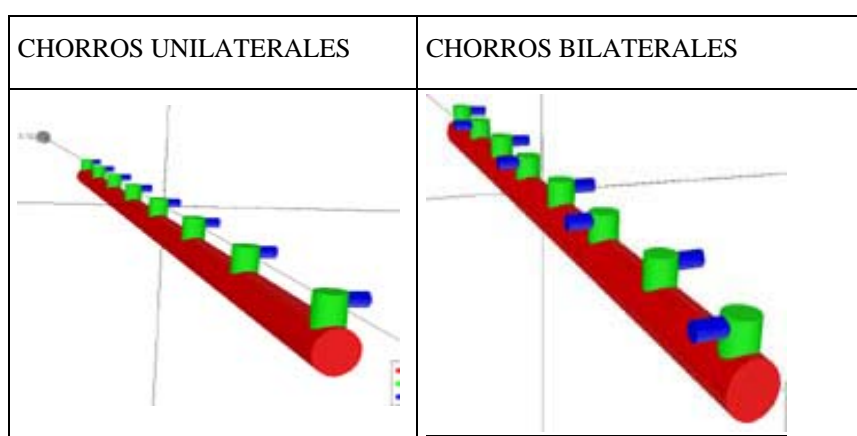


Figura 8. Tipos de dispositivos de vertido.

C.2. Vertido emergido

C.2.1. Vertido emergido mediante chorros

- Diámetro de la boquilla.
- Velocidad de salida del chorro.
- Angulo de inclinación del chorro.
- Angulo horizontal entre el chorro y la corriente ambiental.
- Altura del chorro respecto a la superficie del medio receptor: altura de la boquilla de vertido sobre la superficie libre.
- Área de cobertura del aspersor: superficie que abarca el dispositivo de vertido.

- CONFIGURACIÓN DEL DISPOSITIVO DE VERTIDO:

Chorro libre.

Chorro reflectado:

Aspersor

C.2.2. Vertidos directos superficiales

- CONFIGURACIÓN DEL DISPOSITIVO DE VERTIDO

- Anchura y profundidad del canal de vertido.
- Ángulo de divergencia del canal de vertido.

D) OTROS CONCEPTOS:

- Interacción del chorro con los contornos (superficie, fondo): impacto del chorro (sus envolventes) con alguno de los contornos en el medio receptor.
- Interacción entre chorros: fenómeno de impacto entre chorros contiguos durante su trayectoria. Se considera cuando interaccionan las envolventes de los chorros.
- Hipótesis de vertido mediante ranura equivalente: hipótesis que se asume en algunos modelos cuando detecta interacción entre chorros contiguos.
- Incorporación de agua del medio receptor al chorro/pluma ("entrainment").

D). ESCALAS DE LONGITUD PARA VERTIDO MEDIANTE CHORRO:

- $L_{M,B}$: escala de longitud de cantidad de movimiento - flotabilidad
- L_m : escala de longitud de cantidad de movimiento – corriente en el medio receptor
- L_b : escala de longitud de flotabilidad – corriente en el medio receptor
- L'_m : escala de longitud de cantidad de movimiento – estratificación en la columna de agua.
- L'_b : escala de longitud de flotabilidad – estratificación de la columna de agua

E) OTROS CONCEPTOS: EVOLUCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL FLUJO.

- Zona de desarrollo de los perfiles autosemejantes: ZDPA (definida anteriormente. En la bibliografía aparece normalmente como "zone of flow establishment: ZOFE").

- Zona de perfiles autosemejantes: ZPA, (definida anteriormente. En la bibliografía aparece normalmente como "Zone of established flow: ZEF").

- Capa de esparcimiento horizontal por flotabilidad residual ("spreading layer"): capa que se forma tras el punto de impacto del chorro con el fondo. El flujo experimental una expansión radial y la concentración se homogeniza vertical y horizontalmente.

- Capa de mezcla ("buoyant ambient spreading"), donde la pluma hipersalina se expande lateralmente por efecto de la gravedad, a la vez que disminuye su espesor.

- Corriente de gravedad en campo lejano, zona de mezcla pasiva ("Passive ambient mixing"). Corresponde a la pluma hipersalina que se forma en la región del campo cercano, tras el colapso de la turbulencia. La difusión del efluente es pasiva y se debe fundamentalmente a la dinámica del medio receptor.

7. Referencias.

- (1) Jirka, G-H- (2004). "Integral model for turbulent buoyant jets in unbounded stratified flows. Part I: The single round jet." Environmental Fluid Mechanics, volume 4, pp.1–56.
- (2) Zeitoun, M.A et al. (1970). "Conceptual designs of outfall systems for desalination plants". Research and Development Progress Rept. No 550. Office of Saline Water, U.S. Dept, of Interior.
- (3) Roberts, P.J.W; Fellow; Ferrier, A; Daviero, G. (1997). "Mixing in inclined dense jets". Journal of Hydraulic Engineering, vol 123, No 8.
- (4) Otranto, F (2004). "Laboratory Modelling of Sea-brine discharges". The University of Western Australia.
- (5) Cipollina, A; Brucato, A; Grisafi, F; Nicosia, S. (2005). "Bench-Scale Investigation of Inlined Dense Jets". Journal of Hydraulic Engineering, vol 131, n 11, pp. 1017-1022
- (6) Doneker, R.L.; Jirka, G.H. (2001). "CORMIX-GI systems for mixing zone analysis of brine wastewater disposal". DESALINATION, volume 139, pp.263–274.
- (7) Doneker, R.L.; Jirka, G.H. (2007). "CORMIX USER MANUAL: A Hydrodynamic Mixing Zone Model and Decision Support System for Pollutant Discharges into Surface Waters".
- (8) Frick, W.E; Roberts, P.J.W; Davis, L.R; Keyes, J; Baumgartners, D.J; George, G.P. (2001). "VISUAL PLUMES MANUAL: "Dilution Models for Effluent Discharges, 4th Edition (Visual Plumes)". Environmental Research Division, NERL, ORD. U.S. Environmental Protection Agency.
- Frick, W.E. (2004). "Visual Plumes mixing zone modelling software". Environmental & Modelling Software 19, pp 645-654. ELSEVIER.
- (9) Lee, J.H.W. and Cheung, V. (1990). "Generalized Lagrangian model for buoyant jets in current", Journal of Environmental Engineering, ASCE, 116(6), pp.
- (10) Luyten P.J., J.E. Jones, R. Proctor, A. Tabor, P. Tett and K. Wild-Allen, (1999). "COHEREN: A coupled hydrodynamical-ecological model for regional and shelf seas: User Documentation". MUMM Report, Management Unit of the Mathematical Models of the north Sea, Belgium, 911 pp.
- (11) DHI Water & Environment. Danish Hydraulic Institute <http://www.dhigroup.com/>
- (12) <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/>
- (13) Delft Hydraulics Software. Delft Hydraulics part of Deltares. <http://delftsoftware.wldelft.nl/>
http://delftsoftware.wldelft.nl/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=13&Itemid=34